第6章 導来Mckay 对心 にかて

次の導来Mckay対応について考察打.

予想 6.25 (導来 Mckay 対心)

G: SLn(C) n 有限部分群

f: X - Y := C/G

も Yo りしいっしな特要点解消(ie, kx=fkx)とする。

このは、三角圏の同値

 $D_{\rho}(C_{\rho}(X)) \simeq D_{\rho}(C_{\rho}P^{\varrho}(C_{\rho}))$

かず存在する.

ここで、Coha(cⁿ)は Cⁿ よの G-同家連接属の なす Abel 圏

(予想 6.25) も 次のおに少し一般化 話:

M: n次元 非特里, 準射影的 存被享代数的标体.

G: Mに忠実に作用いて有限路.

E +53 L N 3. UM N G. 同爱属 LU 局所的后自明, tytos. Mの名点。南近傍び、G·不安なものが存在し、 存在する. とする.

ひょのどの流でも Ozit ならない G-不像 n-form AM

La ret. Y = M/G it Gormstein 特里底 E 持? किंदरा हिंदे.

X: 自由車几道で含む. G-Hilb(M)の改新成公. | 1.em | G| 個の相里はる点からなる G-軌道の | i Jeal 盾に対心する点を含む。

Hilbert - Chow \$

t: G- H1/b(M) → Y (= M/G)

モ Xに制限なて、

 $\tau: \times \rightarrow \Upsilon$

if 双有理制 etis.

区: 普遍 南部分2十一山 区 C X x M た G-Hilb(M)は Hillblal(M)の用部のスキーになるで、

universal subschene E 制限17得时3.

次の国式も考るる.

(G-Hilb(M) >) X M T MG

GがX、Yに自用に作用にいる、と参えて、 上の図ずの射はすべてG-同覧、

B(Gh(K)) → D'(Ghg(M))

 $\mathcal{L} \cdot \Phi := \mathbb{R} \cdot \Phi^{\dagger} (- \otimes \cdot \Theta) \quad \forall \mathcal{E}.$ $f: x \rightarrow Y \in Spec(\mathfrak{C}) \cdot \mathbb{Q}_{Cohg}(Y) = \mathbb{C}[G] - mod \ni e; \quad f^{\dagger}e_{i} \in Gc_{f}(x), \quad f^{\dagger}e_{i} \otimes \mathbb{E} \in \mathbb{Q}_{GL}(x)$ $Thum 6,26 \quad (BKR 2001)$

ファイル"一種 Xxx X に関いて.
dlm Xxx X Enti

と仮定する

このとき、ては、てのクレパントな特異点解消を与きる.

さらに、中は三角圏の同値を与える。

Cor 6.27

r

Fen

Fen

N = 3 ときると、てはクレパント解消を与える。 ように 中は 三角圏の同値 を与える。

<u>M</u> 子恐 6.25 は、次のおた K群の向の関係を等c.

Lem (Gonzalez - Sprinkers - Verdier Prop 1.8)

G n 表現環 ∈ R(G) D°(Ch_G(C°)) に対加するK群 ∈ K_G(C°) と3].

 $R(G) \longrightarrow K_{G}(\mathbb{C}^{n})$ $e \longmapsto \mathbb{E}_{e \otimes_{\mathbb{C}} \mathcal{O}_{e^{n}}} \mathbb{I}$

(にも) R(G) と KG(で) は 環とに同型.

(X): $D^b(Gh(X))$ に対応する代類 (商常大部) $D^b(Gh(X)) \simeq D^b(Gh_G(C^n))$ か 成り立っは5は"(Lem) より

 $K(X) \cong R(G)$

が放立

h=2.3 m とまは、GSV や Ito-Natajima '00 tive. 古典的の Mckay 対応のる原文でもらまていた。

このことから、 (子想 6.25)は 等来Mckay対心と らばれる。

G-Hilb (M) 1= 3117 §1 Hilb (M) (to, Hilbert 24-4) M: 代製的模体 /c 区: Mao次元部分又も一心 ७३३. くめとま. qim C H, (5,05) = [qim (05,6) < 00 (Noetherian local rtng or Krull dimension 1 + 1952.) F), Ho(5,0=) 1 有限次元 べりトルを向 length (Z) := dlm @ H°(Z, Oz) YL7. 長さがりであるようはMのO欠天スキーいるも パラメトライズ な スキーい も

Hilb (M)

と書き、Manka Hilbert スキーに と呼ぶ.

個)とば、 Ma 異なる n点からなる集合に 被約は部分スキームの構造も入れたものは. H:16"(M) o l & 2 or tf #3. このような 都名スキーいに対応する Hilliam)の点 全体ひは、Hillor(M)の Bariski 南集ををなす。 (Universal Subscheme DCM×HILLD"(M), Z→H(LLD"(M)を) おとたてま、ファイバーが Smoothにはままの第かひ M" := M x ··· × M no n次対称語 Gh 。 自然な作用での局を Sym (M) := Mh 七書色. Man次対积模 (n-th symmetric product)

٧ \$ رئن.

Symⁿ(M) は 次数n n O次元 サかい も パラメトライズ してかり、そのえは 形式的な子の

 $[L \ N: [x]] \qquad ([L \ N: = n, x: \in M)$

で書ける 个 なりとば、対角集をのよらなととろせ、

n171 443,

M: 非特異代数由面に対(. Hill'(M) ををきる.

Mの異ける 2点 P. P. は、Hilli (M)の点を定める。 そのような点の集合は Hilli (M)のをこれは、南集なひをなす。

Hilli (M) /ひに対応する部のスキーいにかて、

PEMに対し、Pでの接心かいからTrMをとり、 ided届 Ino を、VCM i open に対し、

 $I_{P,N}(V) = \{f \in \mathcal{O}_{M}(V) \mid f(P) = 0, df_{P}(W) = 0\}$

とけるものとして定めると、 フェルは Mの長ま2のの次元部のスキーム 区を定める、

こっ では.

"Mのでは、かいかあれ無限小でらついているもの"

$$M = Al^2 = Npec(C(2,3)) a 2 = 1$$

 $=\frac{3\pi}{3+}$ (0)

$$q_{\varphi}(\Lambda) = \left(\frac{3\pi}{3\xi} qx + \frac{3\beta}{3\xi} q^{2}\right)^{\varphi} \left(\frac{3x}{3}\right)$$

$$f(0,0) = 0 \qquad \frac{3f}{2} \quad (0,0) = 0$$

$$I_{0,v} = \left\{ f \in C(a, 5) \mid f(0) = 0, df_{0}(n) = 0 \right\}$$

$$= dim \frac{C[x]}{(x^2)}$$

$$= 2. \qquad (ength 2)$$

MのO次を部与スキームでに対心なHillin(M)の点も て と表す Z & Lim dlm (le. x [1] 1= XT/Ku tt3 \$7 $\pi: Hilb (M) \longrightarrow Sym (M)$

→ Ly dim OE,x [x]

(5 dm 02,x = dim H°(2,02)= n)

E Hilbert - Chow \$+ (Hilbert - Chow morphism) Etal. こもは、Hill (M)の 南集台ひ上か同型となる射影列

§ 2 G-Hilb (M) MのG-不够な O次元部分スキーへ 飞に好い

G:有限群 七、代數的样体 M に作用しているとす。

H°(と,Oz)には Gが作用する.

(feH°(z,0z) = tot. (f.3)(P) = f(3.P)) $H^{\circ}(Z, \mathcal{O}_{Z}) \cong \mathbb{C}[G] = \left\{ \prod_{i=1}^{|G|} c_{i} \delta_{i} \mid c_{i} \in \mathbb{C}, \delta_{i} \in G \right\}$ (でかいを即として同型)

とはると生、 そ を G- クラスター (G- cluster) という 定数约。

length (Z) = dime Ho(Z,Oz) = dime ([G] = |G|

G-7ラスターのモジュライを向も G-Hilbert スキーム といい G-Hilb(M) 244 Kg ...

とかに、とれは、Hills IGI (M) の 閉手なスキーしをなす。

G-1ラスターは定義にお) G-不安なので、

Supp(已)は G-東心道の年の集合.

Z= UZi, Zi= { di, 32 di, 83 di, w, 3161 di) 81 = ec

 $H^{\circ}(\mathcal{Z}, \mathcal{O}_{\mathcal{Z}}) = \bigoplus_{i=1}^{r} H^{\circ}(\mathcal{Z}_{i}, \mathcal{O}_{\mathcal{Z}_{i}})$ 一方、る軌道上の定数寛数は. H°(で,Oz)に自明表現を導く. $\left(\begin{array}{c|cccc} f|_{z_{1}} = c = (f.8)|_{z_{1}} \end{array}\right)$ また、正則表現 C[G]にかいて、自明表現の重複度は1 まって、 Supp (を)はしつの車人道からなる. (そに、そう (そはそう) 上の自明表現があると) 電視なるにそろる。 2 c G-Hilb(M) T: Hilbiai (M) - Sym (a) (M)

に対し、 x e を をとむ。

$$\pi(Z) = [Gx] = [Gx][g]$$

$$\delta \in G$$

$$= [G,x][g]$$

$$= [G,x][g]$$

$$= [G,x][g]$$

$$= [G,x][g]$$

$$= [G,x][g]$$

$$= [G,x][g]$$

ゆえに、 大も G. HILD(M)に制限したものも 再心 たもをなし

Tr: G-Hilb(M) - MG

w 唱543.